

LA MÉTHODE PERT

TODO :

-

v1.2.0.0 – 05/08/2009

peignotc(at)arqendra(dot)net / peignotc(at)gmail(dot)com



Toute reproduction partielle ou intégrale autorisée selon les termes de la licence Creative Commons (CC) BY-NC-SA : Contrat Paternité-Pas d'Utilisation Commerciale-Partage des Conditions Initiales à l'Identique 2.0 France, disponible en ligne <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.0/fr/> ou par courrier postal à Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California 94105, USA. *Merci de citer et prévenir l'auteur.*

TABLE DES MATIÈRES

1	PRÉSENTATION	4
2	CONCEPTS GÉNÉRAUX	5
2.1	REPRÉSENTATION	5
2.2	DÉFINITIONS.....	5
2.2.1	<i>Tâche</i>	5
2.2.2	<i>Étape</i>	5
2.2.3	<i>Réseau</i>	6
2.2.4	<i>Règles de représentation graphique</i>	6
3	ÉTUDE D'UN EXEMPLE	8
3.1	CONSTRUCTION D'UN RÉSEAU PERT	8
3.1.1	<i>Établir une liste précise des tâches</i>	8
3.1.2	<i>Déterminer les tâches antérieures</i>	8
3.1.3	<i>Construire les graphes partiels</i>	9
3.1.4	<i>Regrouper les graphes partiels</i>	10
3.1.5	<i>Construire le réseau</i>	11
3.2	EXPLOITATION DU RÉSEAU PERT	12
3.2.1	<i>Calcul des dates « au plus tôt »</i>	12
3.2.2	<i>Calcul des dates « au plus tard »</i>	14
3.2.3	<i>Calcul des marges</i>	16
3.2.4	<i>Détermination du chemin critique</i>	17
3.3	PLANIFICATION DU PROJET	17
3.3.1	<i>Élaboration du tableau d'avancement des tâches</i>	18
3.3.2	<i>Création du planning selon le diagramme de Gantt</i>	20
3.3.3	<i>Création du planning selon le diagramme de Pert</i>	21

TABLE DES ANNEXES

A	BIBLIOGRAPHIE	23
---	---------------------	----

TABLE DES ILLUSTRATIONS

<i>Figure 1.1 : exemple de représentation d'un projet suivant la méthode PERT</i>	4
<i>Figure 2.1 : représentation PERT d'un projet</i>	5
<i>Figure 2.2 : représentation d'une tâche</i>	5
<i>Figure 2.3 : représentation d'une étape</i>	5
<i>Figure 2.4 : représentation d'un réseau PERT</i>	6
<i>Figure 2.5 : représentation de tâches simultanées</i>	6
<i>Figure 2.6 : représentation de tâches convergentes</i>	6
<i>Figure 2.7 : représentation d'une tâche fictive</i>	7
<i>Figure 3.1 : liste des tâches et durée respective</i>	8
<i>Figure 3.2 : liste des tâches et des tâches antérieures</i>	8
<i>Figure 3.3 : liste des tâches, tâches antérieures et tâches postérieures</i>	9
<i>Figure 3.4 : ensemble des graphes partiels niveau tâche(s) antérieure(s) / tâche courante</i>	9
<i>Figure 3.5 : ensemble des graphes partiels niveau tâche(s) antérieure(s) / tâche courante / tâche(s) postérieure(s)</i>	10
<i>Figure 3.6 : regroupement des graphes partiels (1)</i>	11
<i>Figure 3.7 : regroupement des graphes partiels (2)</i>	11
<i>Figure 3.8 : rajout d'une tâche fictive</i>	11
<i>Figure 3.9 : réseau PERT</i>	12
<i>Figure 3.10 : calcul de la date « au plus tôt » dans le cas d'une seule tâche</i>	12
<i>Figure 3.11 : calcul de la date « au plus tôt » dans le cas de plusieurs tâches</i>	13
<i>Figure 3.12 : calcul des dates « au plus tôt »</i>	14
<i>Figure 3.13 : calcul de la date « au plus tard » dans le cas d'une seule tâche</i>	14
<i>Figure 3.14 : calcul de la date « au plus tard » dans le cas de plusieurs tâches</i>	14
<i>Figure 3.15 : calcul des dates « au plus tard »</i>	15
<i>Figure 3.16 : réseau PERT avec les dates « au plus tôt » et « au plus tard »</i>	16
<i>Figure 3.17 : calcul de la marge relative à une tâche</i>	16
<i>Figure 3.18 : calcul des marges</i>	16
<i>Figure 3.19 : détermination du chemin critique</i>	17
<i>Figure 3.20 : tableau de gestion d'avancement des tâches (0)</i>	18
<i>Figure 3.21 : tableau de gestion d'avancement des tâches (1)</i>	18
<i>Figure 3.22 : tableau de gestion d'avancement des tâches (2)</i>	19
<i>Figure 3.23 : tableau de gestion d'avancement des tâches (3)</i>	19
<i>Figure 3.24 : tableau de gestion d'avancement des tâches (4)</i>	19
<i>Figure 3.25 : tableau de gestion d'avancement des tâches (5)</i>	20
<i>Figure 3.26 : résumé de la gestion d'avancement des tâches</i>	20
<i>Figure 3.27 : planning des tâches selon le diagramme de Gantt</i>	21
<i>Figure 3.28 : schéma d'un bloc du diagramme Pert</i>	21
<i>Figure 3.29 : planning des tâches selon le diagramme de Pert</i>	22

1 PRÉSENTATION

La méthode PERT est une **méthode de gestion de projet** visant à prévoir les propriétés d'un projet en terme de temps, délais et coûts.

PERT (Programm Evaluation and Review Technique (eng) ≡ Technique d'Évaluation et d'Examen de Programme (fr)) est issu de la marine américaine et date de la fin des années 50¹.

Son principe est de découper un projet en un ensemble d'*actions* appelées tâches et de les représenter sous forme graphique selon un graphe de dépendances.

Grâce à la chronologie et l'interdépendance de chacune des tâches, on structure ainsi l'ensemble du projet et on peut alors planifier la réalisation de chacune des tâches les unes par rapport aux autres, afin de minimiser les délais, ainsi que réduire l'impact des retards lors de l'exécution des différentes tâches.

Ex : Soit le projet suivant : *changer une roue crevée*.

- A. Installer le cric et monter la voiture : 5 minutes ;
- B. Dévisser les écrous de la roue crevée : 3 minutes ;
- C. Ôter la roue crevée et installer la roue de secours : 1 minute ;
- D. Revisser les écrous de la nouvelle roue : 4 minutes ;
- E. Baisser la voiture et enlever le cric : 3 minutes.

Exprimée grâce à la méthode PERT, ce projet prendra la forme suivante :

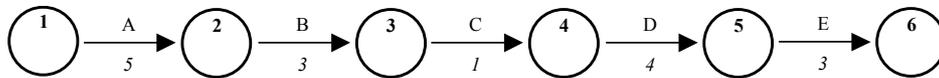


Figure 1.1 : exemple de représentation d'un projet suivant la méthode PERT

Afin de finaliser la mise en œuvre de la méthode PERT, un certain nombre d'activités doivent être menées à bien :

- définir de manière précise le projet ;
- définir un responsable de projet auquel on rendra compte et qui prendra les décisions importantes ;
- analyser le projet par grands groupes de tâches, puis détailler certaines tâches si besoin est ;
- définir très précisément les tâches et déterminer leur durée ;
- rechercher les coûts correspondants, ce qui peut éventuellement remettre en cause certaines tâches ;
- mettre en œuvre les tâches selon la chronologie décidée ;
- effectuer des contrôles périodiques pour vérifier que le système ne dérive pas ; si c'est le cas, prendre les dispositions nécessaires – quitte à revoir la planification selon la méthode PERT – afin de minimiser les conséquences.

¹ Développé en 1957 pour l'US Navy lors du projet Polaris (missiles balistiques nucléaires), le projet a fait appel à plus de 6000 constructeurs, 250 fournisseurs, 9000 sous-traitants ; on estime que l'utilisation de la méthode PERT a ramené le temps de réalisation de 7 à 4 ans.

2 CONCEPTS GÉNÉRAUX

2.1 REPRÉSENTATION

La méthode PERT permet de représenter la planification de la réalisation d'un projet suivant un graphe de dépendances.

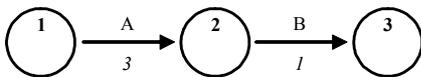


Figure 2.1 : représentation PERT d'un projet

2.2 DÉFINITIONS

2.2.1 Tâche

Une **tâche** est le déroulement dans le temps d'une action ; elle permet au projet d'avancer vers son état final.

On attribue une lettre à chaque tâche afin d'alléger le schéma. La tâche a des propriétés d'ordre temporel qui qualifient le temps de réalisation : la durée, exprimée en minutes ou bien heures, jours, semaines, mois, etc.

Exprimée via la méthode PERT, une tâche est représentée par une flèche, précisée par son nom et sa durée.

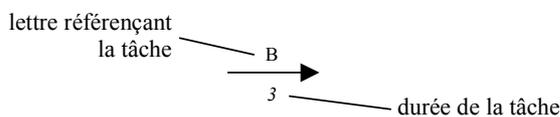


Figure 2.2 : représentation d'une tâche

Une tâche ne peut être représentée qu'une seule fois ; inversement, une flèche ne peut représenter qu'une seule tâche. La longueur, la courbure et la forme des flèches sont sans signification particulière.

2.2.2 Étape

Une **étape** indique le début et/ou la fin d'une tâche. On numérote les étapes afin de clarifier le schéma.

L'étape a des propriétés d'ordre temporel : dates *au plus tôt* et *au plus tard*, exprimées en minutes, heures, etc.¹.

Exprimée via la méthode PERT, une étape est représentée par un rond, découpé en 3 zones, précisé par son numéro, ainsi que ses dates *au plus tôt* et *au plus tard*.

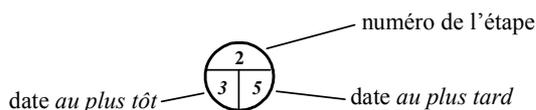


Figure 2.3 : représentation d'une étape

La date *au plus tôt* est le délai minimum, depuis le début du projet, nécessaire pour atteindre l'étape considérée.

La date *au plus tard* est la date maximum, depuis le début du projet, à laquelle doit être atteinte l'étape considérée pour que le délai de l'ensemble du projet ne soit pas modifié.

¹ On prendra soin d'exprimer les propriétés temporelles des étapes dans la même unité et la même échelle de temps que celle des tâches.

2.2.3 Réseau

Un **réseau** est l'ensemble des tâches et des étapes formant l'intégralité de la planification du projet (on parle aussi de *diagramme PERT*).

Deux tâches qui se succèdent immédiatement dans le temps sont représentées par deux flèches qui se suivent, séparées par une étape.

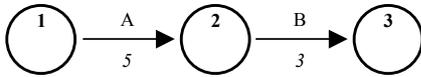


Figure 2.4 : représentation d'un réseau PERT

Nb : Les différentes propriétés temporelles (durée, date, etc.) doivent impérativement être exprimées suivant la même unité, et la même échelle.

2.2.4 Règles de représentation graphique

Un réseau possède toujours une et une seule étape de début ainsi qu'une et une seule étape de fin.

Toute tâche a au moins une étape de début et au moins une étape de fin ; une tâche ne peut démarrer que si la tâche qui la précède est terminée.

On ne peut pas avoir 2 tâches différentes qui ont à la fois même étape de début et même étape de fin.

Deux tâches qui commencent en même temps et s'exécutent en même temps sont dites *simultanées*, et sont représentées chacune par une flèche dont le point de départ est une seule et même étape.

Ex. :

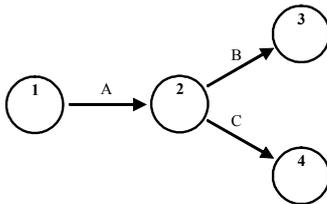


Figure 2.5 : représentation de tâches simultanées

Les tâches B et C sont simultanées et suivent la tâche A : B et C ne pourront débuter que lorsque A sera complètement achevée.

Nb : Évidemment, ce principe peut s'appliquer à plus de 2 tâches simultanées.

Deux tâches qui s'exécutent en même temps et s'achèvent en même temps, sont dites *convergentes* et sont représentées chacune par une flèche dont le point d'arrivée est une seule et même étape.

Ex. :

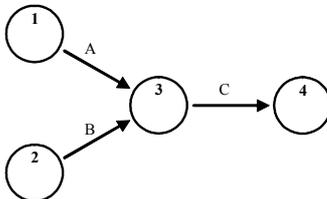


Figure 2.6 : représentation de tâches convergentes

Les tâches A et B sont convergentes et précèdent la tâche C : C ne pourra débuter que lorsque A et B seront complètement achevées.

Nb : Ce principe peut bien évidemment s'appliquer à plus de 2 tâches convergentes.

Lorsque deux tâches convergentes précèdent une ou plusieurs tâches en commun, et que l'une de ces deux tâches convergentes précède également une tâche (ou plusieurs) que l'autre tâche convergente ne précède pas, il est nécessaire d'avoir recours à une *tâche fictive*.

L'intérêt de la tâche fictive est de préciser la dépendance chronologique qu'il existe entre certaines tâches de manière qualitative (avant/après) mais pas de manière quantitative : elle possède donc une durée qui est considérée comme nulle, et n'induit aucun retard sur le délai final.

Une tâche fictive est représentée par une flèche à trait pointillé, sans aucune indication de lettre (ou nom) et de durée.

Ex. :

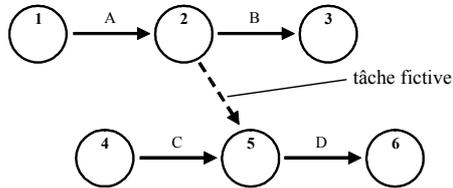


Figure 2.7 : représentation d'une tâche fictive

Les tâches A et C sont convergentes et précèdent la tâche D. C ne précède que D, mais, en revanche, A précède non seulement D, mais aussi B¹. On précise alors cette dernière condition à l'aide d'une tâche fictive.

¹ Ce type de conditions provient directement des impératifs du projet que l'on traite.

3 ÉTUDE D'UN EXEMPLE

3.1 CONSTRUCTION D'UN RÉSEAU PERT

La construction d'un réseau PERT, et son exploitation, supposent d'effectuer les opérations suivantes :

- établir une liste précise des tâches ;
- déterminer les tâches antérieures (ainsi que les tâches postérieures éventuellement) ;
- construire les graphes partiels ;
- regrouper les graphes partiels ;
- construire le réseau.

3.1.1 Établir une liste précise des tâches

On considère la liste des 12 tâches suivantes, numérotées de A à L. La durée estimée de chaque tâche est indiquée ¹.

Tâche	Durée	<i>suite...</i>	
A	3	G	9
B	1	H	5
C	5	I	8
D	6	J	2
E	4	K	3
F	2	L	7

Figure 3.1 : liste des tâches et durée respective

3.1.2 Déterminer les tâches antérieures

L'analyse du projet et de l'ensemble des tâches le constituant nous amène à définir les relations chronologiques d'antériorité des tâches ; ces résultats sont regroupés dans le tableau suivant, dans la colonne *tâche(s) antérieure(s)* :

Tâche(s) antérieure(s)	Tâche	Durée
aucune	A	3
A	B	1
A	C	5
B	D	6
B	E	4
C, I, D	F	2
E, F	G	9
aucune	H	5
H	I	8
H	J	2
I	K	3
J, K	L	7

Figure 3.2 : liste des tâches et des tâches antérieures

¹ Le contexte du projet ainsi que la désignation de chacune des tâches sont sans importance ici et ne sont donc pas précisés.

Par simple déduction, on en déduit les valeurs de la colonne *tâche(s) postérieure(s)*¹.

Tâche(s) antérieure(s)	Tâche	Tâche(s) postérieure(s)	Durée
aucune	A	B, C	3
A	B	D, E	1
A	C	F	5
B	D	F	6
B	E	G	4
C, I, D	F	G	2
E, F	G	aucune	9
aucune	H	I, J	5
H	I	K	8
H	J	L	2
I	K	L	3
J, K	L	aucune	7

Figure 3.3 : liste des tâches, tâches antérieures et tâches postérieures

3.1.3 Construire les graphes partiels

Un graphe partiel est la représentation d'une partie du réseau PERT final. On peut définir 2 niveaux distincts de graphes partiels :

- le niveau *tâche(s) antérieure(s) / tâche courante* ;
- le niveau *tâche(s) antérieure(s) / tâche courante / tâche(s) postérieure(s)*².

On procède donc à l'élaboration d'un ensemble de diagrammes très simples ; puis on assemble au fur et à mesure ces différents diagrammes, pour arriver ainsi au réseau final.

Les graphes partiels de niveau *tâche(s) antérieure(s) / tâche courante* sont les suivants :

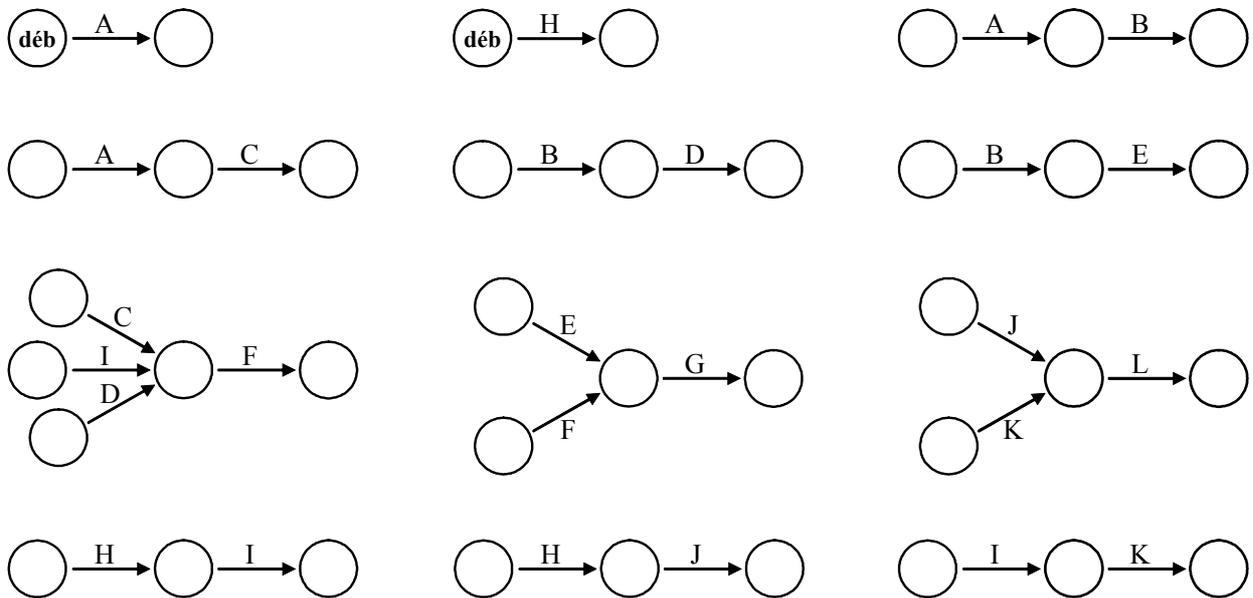


Figure 3.4 : ensemble des graphes partiels niveau tâche(s) antérieure(s) / tâche courante

Les graphes partiels de niveau *tâche(s) antérieure(s) / tâche courante / tâche(s) postérieure(s)* sont les suivants :

¹ Il n'est pas obligatoire d'écrire la colonne *tâche(s) postérieure(s)*, mais cela permet de préciser la chronologie et facilite la construction du réseau.

² On pourrait en définir d'autres, notamment parce qu'un diagramme PERT se construit rarement correctement du premier jet.

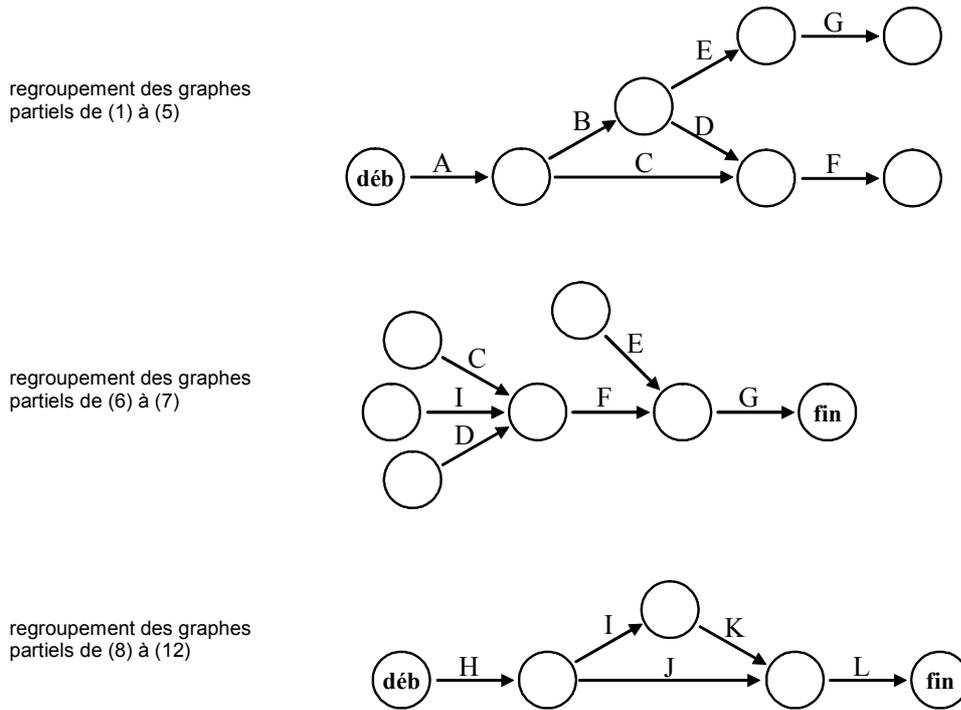


Figure 3.6 : regroupement des graphes partiels (1)

3.1.5 Construire le réseau

Le regroupement de tous les graphes partiels nous permet d'obtenir le réseau PERT.

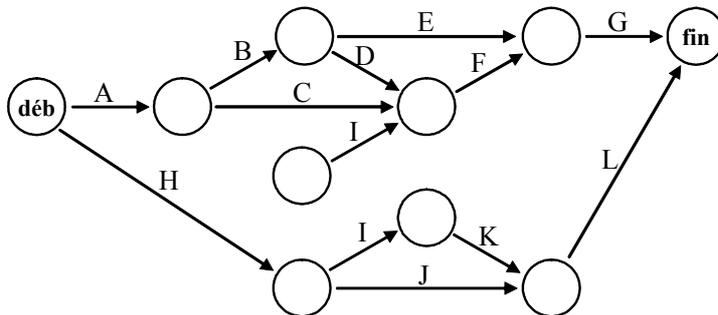


Figure 3.7 : regroupement des graphes partiels (2)

On peut voir que l'on se retrouve ici confronté à un problème concernant la tâche I. En effet, celle-ci précède les tâches F et K. En revanche la tâche K est précédée uniquement de la tâche I (et pas de C et D), alors que la tâche F est précédée des tâches I, mais aussi D et C.

Si l'on faisait abstraction de ce problème, on aurait alors une étape, à laquelle C, D et I amènent et de laquelle F et K en repartent. Or ceci est incorrect car cela signifierait alors que K précède aussi C et D en plus de I ! Pour résoudre ce problème on va donc utiliser une tâche fictive.

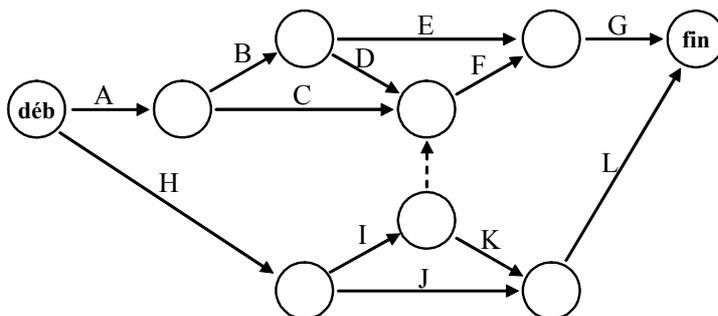


Figure 3.8 : rajout d'une tâche fictive

La tâche fictive permet de spécifier que F précède I en plus de C et D, et par contre que K précède I uniquement.

On obtient alors le réseau complet suivant :

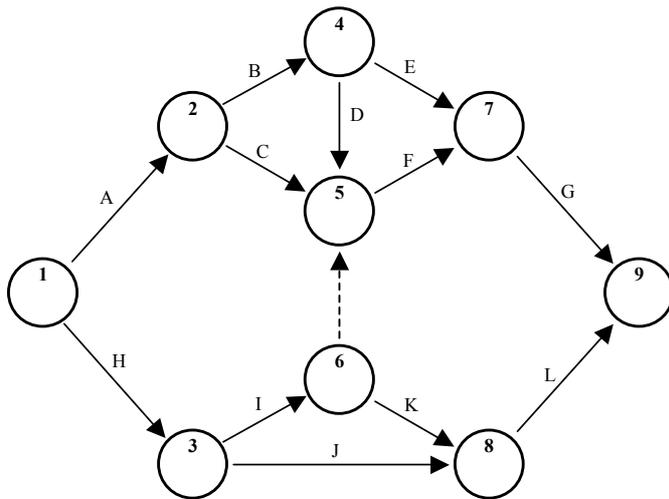


Figure 3.9 : réseau PERT

Nb : Les étapes ont été numérotées.

3.2 EXPLOITATION DU RÉSEAU PERT

Par « exploitation » on entend les informations temporelles obtenues grâce à la méthode PERT, comme notamment la détermination de la durée totale du projet à réaliser.

3.2.1 Calcul des dates « au plus tôt »

On commence tout d'abord par calculer les **dates au plus tôt**. Pour une étape donnée, cette information détermine à quelle date minimum depuis le début du projet sera atteinte, au plus tôt, l'étape considérée.

Pour ce faire, on se base sur l'estimation de la durée des tâches¹. On part de l'étape de début, pour laquelle la date *au plus tôt* est initialisée à 0, et on parcourt le réseau en suivant l'agencement des tâches déterminé auparavant.

Deux méthodes de calcul existent alors selon que l'étape considérée est atteinte par 1 ou par plusieurs tâches :

- 1 tâche : il n'y a qu'un seul chemin possible pour atteindre l'étape ;
La date *au plus tôt* vaut la date *au plus tôt* antérieure à laquelle on rajoute la durée de la tâche liant les 2 étapes :

$$to0 = to1 + durée1$$

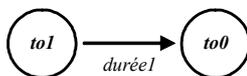


Figure 3.10 : calcul de la date « au plus tôt » dans le cas d'une seule tâche

- plusieurs tâches : il y a plusieurs chemins possibles pour atteindre l'étape.
On applique le procédé décrit ci-dessus (pour 1 tâche) pour chacune des tâches antérieures ; la date *au plus tôt* vaut alors le maximum parmi ces résultats :

$$to0 = \text{Max}((to1 + durée1) ; (to2 + durée2) ; \dots)^2$$

¹ cf. 3.1.1.

² En réalité, cette formule sert aussi pour le cas d'1 seule tâche, où il faut trouver le maximum parmi... 1 valeur !

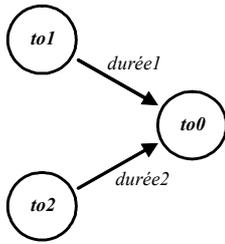
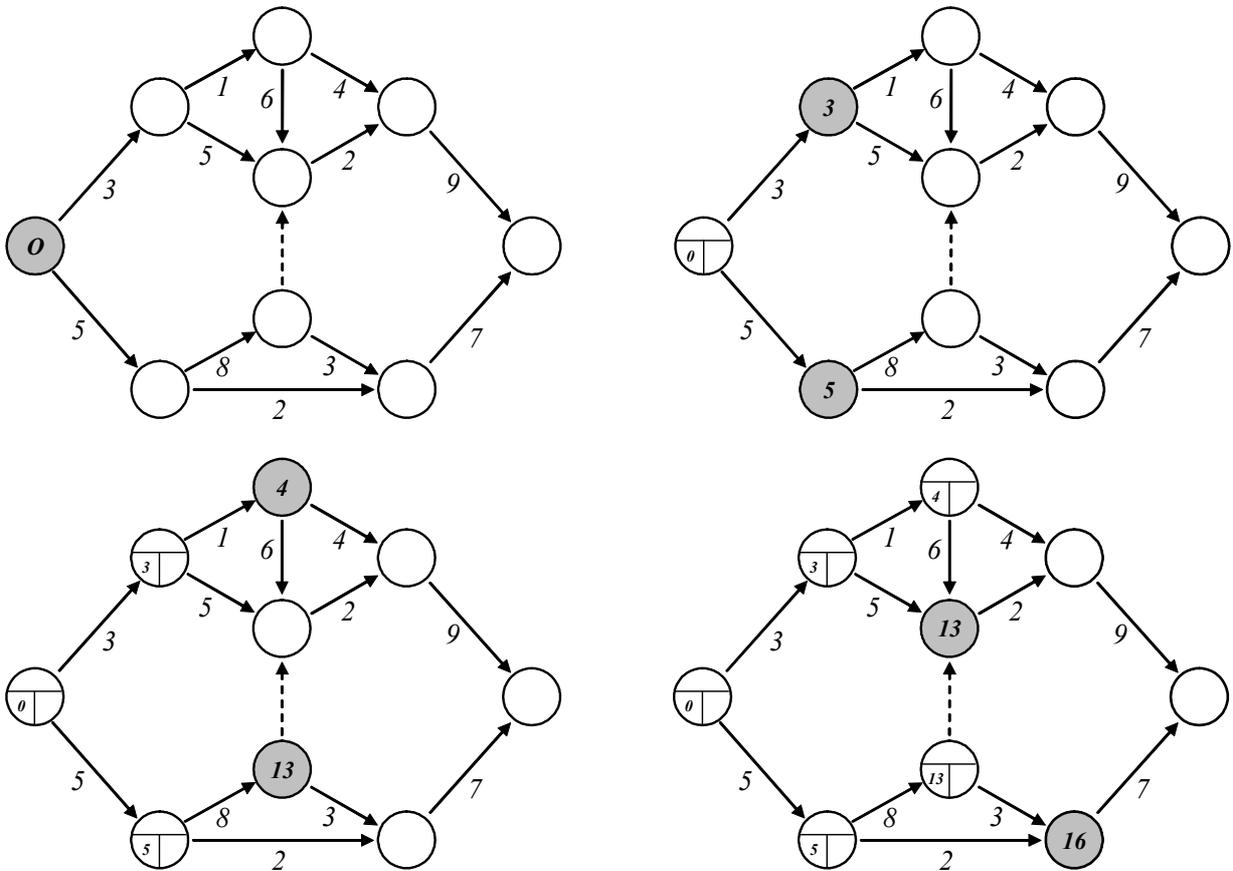


Figure 3.11 : calcul de la date « au plus tôt » dans le cas de plusieurs tâches

Nb : Si l'une des tâches considérées est une tâche fictive, on procède exactement de la même manière qu'avec une tâche non-fictive, et on considère que sa durée a une valeur de 0¹.

La date *au plus tôt* de l'étape de fin indique alors le temps minimum nécessaire à l'achèvement du projet.

Appliquons ce procédé à notre exemple :



¹ cf. 2.2.4.

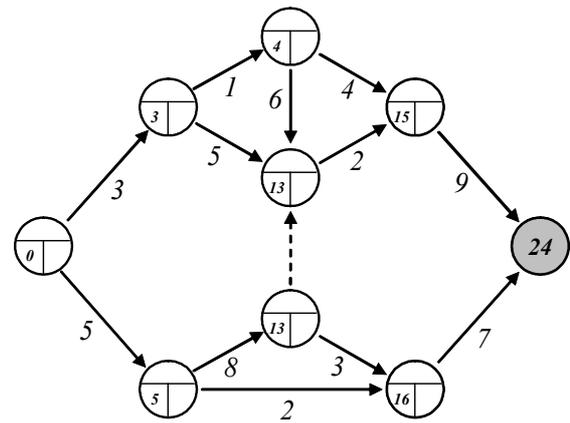
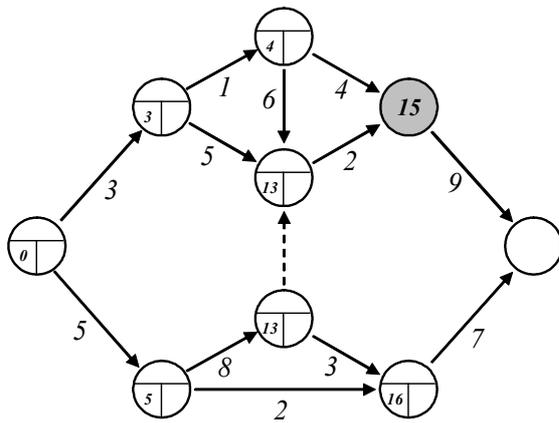


Figure 3.12 : calcul des dates « au plus tôt »

On détermine donc que le projet pourra au mieux être finalisé en l'espace de 24 jours ouvrés.

3.2.2 Calcul des dates « au plus tard »

On poursuit avec le calcul des **dates au plus tard**. Pour une étape donnée, cette information détermine à quelle date maximum, depuis le début du projet, doit être atteinte, au plus tard, l'étape considérée, afin que le délai de l'ensemble du projet ne soit pas modifié.

Pour ce faire, on se base sur l'estimation de la durée des tâches. On part de l'étape de fin, pour laquelle la date *au plus tard* est initialisée à la même valeur que la date *au plus tôt* déterminée précédemment, et on parcourt le réseau en suivant l'agencement inverse des tâches¹.

Là encore, il existe deux méthodes de calcul selon que 1 ou plusieurs tâches partent de l'étape considérée :

- 1 tâche : il n'y a qu'un seul chemin possible pour partir de l'étape ;
La date *au plus tard* vaut la date *au plus tard* « précédente » (la postérieure dans l'agencement des tâches) à laquelle on retranche la durée de la tâche liant les 2 étapes :

$$ta0 = ta1 - durée1$$

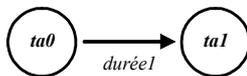


Figure 3.13 : calcul de la date « au plus tard » dans le cas d'une seule tâche

- plusieurs tâches : il y a plusieurs chemins possibles qui partent de l'étape.
On applique le procédé décrit ci-dessus (pour 1 tâche) pour chacune des tâches « précédentes » ; la date *au plus tard* vaut alors le minimum parmi ces résultats :

$$ta0 = \text{Min}((ta1 - durée1) ; (ta2 - durée2) ; \dots)$$

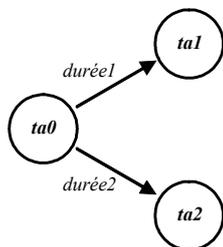


Figure 3.14 : calcul de la date « au plus tard » dans le cas de plusieurs tâches

Nb : Là aussi, une tâche fictive est traitée comme n'importe quelle autre tâche, mais elle a une durée de 0.

Appliquons ce procédé à notre exemple :

¹ Par conséquent, on ne peut pas calculer les dates *au plus tard* sans avoir au préalable calculer les dates *au plus tôt*.

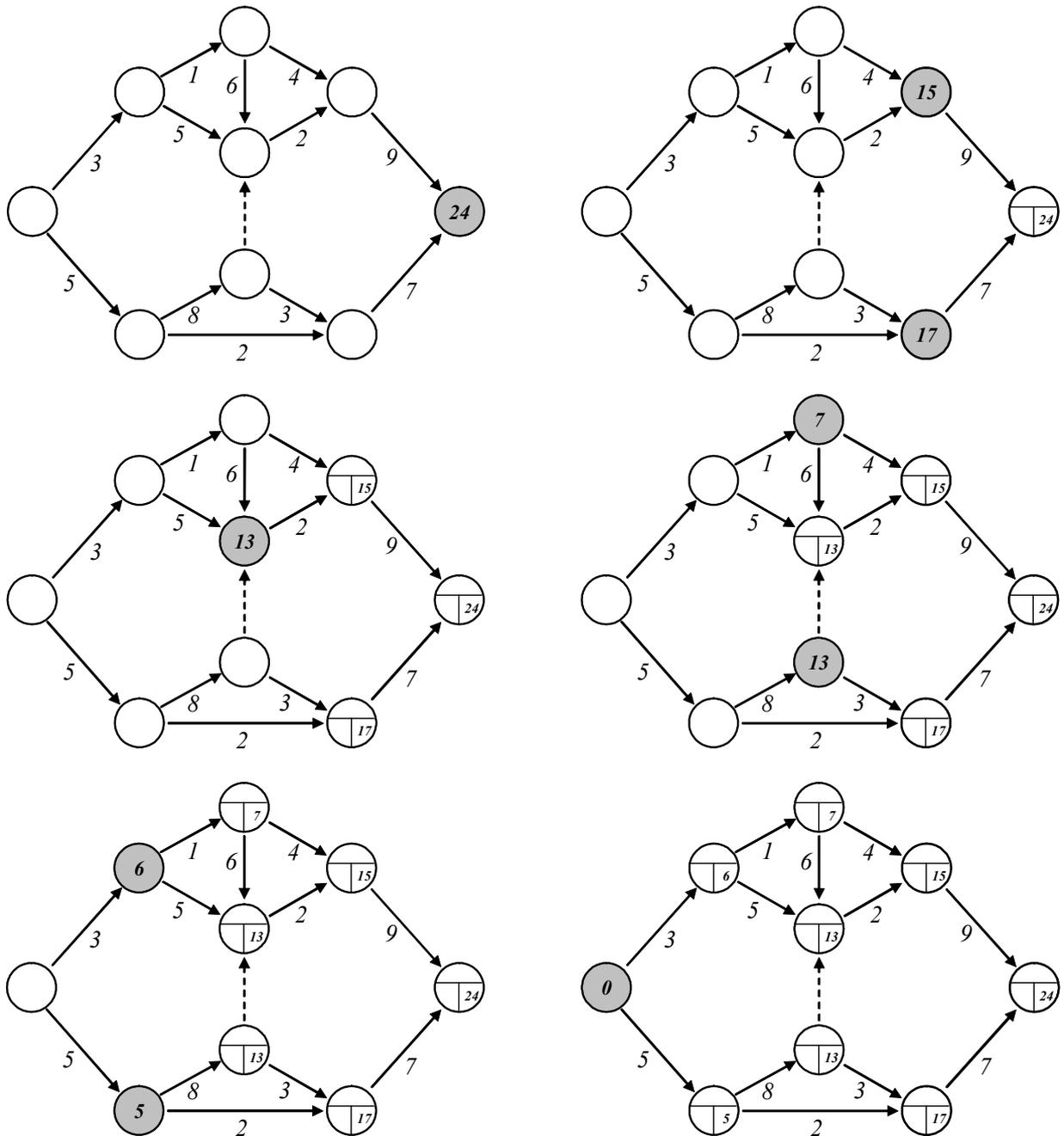


Figure 3.15 : calcul des dates « au plus tard »

Une fois cette étape terminée ¹, on regroupe les informations de dates *au plus tôt* et *au plus tard* en un seul schéma ; le réseau PERT obtenu est donc :

¹ À titre de vérification, on doit nécessairement trouver la valeur de 0 en tant que date *au plus tard* de l'étape de début.

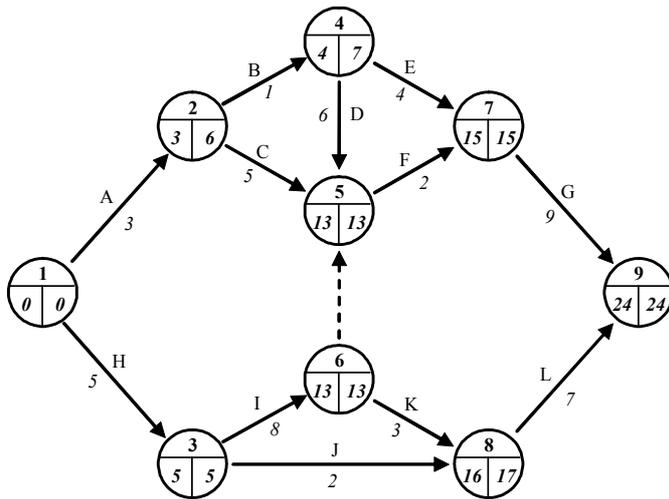


Figure 3.16 : réseau PERT avec les dates « au plus tôt » et « au plus tard »

3.2.3 Calcul des marges

Certaines tâches bénéficient d’une latence variable dans leur aboutissement sans pour autant remettre en cause la date d’achèvement du projet. Cette période de latence est appelée **marge**.

L’évaluation quantitative de ces marges (appelées aussi *battements*) permet d’optimiser la gestion du projet. En effet, l’analyse de ces marges permet d’aménager le déroulement de certaines tâches selon des critères autres que temporels : coûts¹, plan de charge de l’entreprise², goulets d’étranglements³, ...

La marge relative à une tâche se détermine en considérant la valeur des dates *au plus tôt* et *au plus tard* des étapes entourant la tâche. La marge vaut alors la date *au plus tard* de l’étape postérieure à laquelle on retranche la date *au plus tôt* de l’étape antérieure ainsi que la durée de la tâche elle-même :

$$\text{marge} = (ta2 - to1) - \text{durée}$$

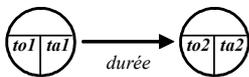


Figure 3.17 : calcul de la marge relative à une tâche

Dans le cadre de notre exemple, on a regroupé les marges calculées dans le tableau suivant :

Tâche	Marge
A	$6 - 0 - 3 = 3$
B	$7 - 3 - 1 = 3$
C	$13 - 3 - 5 = 5$
D	$13 - 4 - 6 = 3$
E	$15 - 4 - 4 = 7$
F	$15 - 13 - 2 = 0$
G	$24 - 15 - 9 = 0$
H	$5 - 0 - 5 = 0$
I	$13 - 5 - 8 = 0$
J	$17 - 5 - 2 = 10$
K	$17 - 13 - 3 = 1$
L	$24 - 16 - 7 = 1$

Figure 3.18 : calcul des marges

¹ Il y a proportionnalité inverse entre le temps de réalisation d’une tâche et son coût ; la croissance du coût marginal (nda : coût induit par 1 unité supplémentaire produite) provient de l’existence de paliers dans les coûts fixes (ex : deux machines au lieu d’une seule) et de coûts variables qui suivent une loi proportionnelle ou à tendance exponentielle (travail nocturne, jours fériés, main d’œuvre intérimaire, ...).

² On cherche à équilibrer le plan de charge de l’entreprise afin de mieux répartir les ressources en personnel : l’objectif est de garder un effectif constant ; si on y parvient, on a alors des retombées positives non seulement financières mais aussi sociales.

³ Il faut supprimer les goulets d’étranglements – réalisation simultanée de plusieurs opérations qui utilisent les mêmes facteurs de production.

Les tâches ayant une marge nulle ne bénéficient donc d'aucune latence dans leur exécution leur permettant de ne pas retarder le projet.

L'ensemble de ces tâches permet de déterminer le chemin critique.

3.2.4 Détermination du chemin critique

Le **chemin critique** indique quelles sont les tâches à successivement observer au cours de la mise en œuvre du projet afin de surveiller les éventuels retards. Le but est de détecter les dérives et d'agir alors rapidement en conséquence afin de minimiser leur impact sur la durée de l'ensemble du projet.

On parle de « chemin » car il part de l'étape initiale et mène à l'étape finale via une suite de différentes tâches.

Il est dit « critique » car tout retard pris sur l'une des tâches constituant ce chemin aura une incidence directe sur la date d'achèvement du projet ; celui-ci sera retardé d'autant que la tâche est elle-même retardée.

Pour savoir quel est le chemin critique et donc aussi quelles tâches observer, il suffit de répertorier toutes les tâches ayant une marge nulle. La mise en avant de ces tâches détermine d'elle-même le chemin critique ¹.

Les tâches ayant une marge nulle sont : F, G, H et I ².

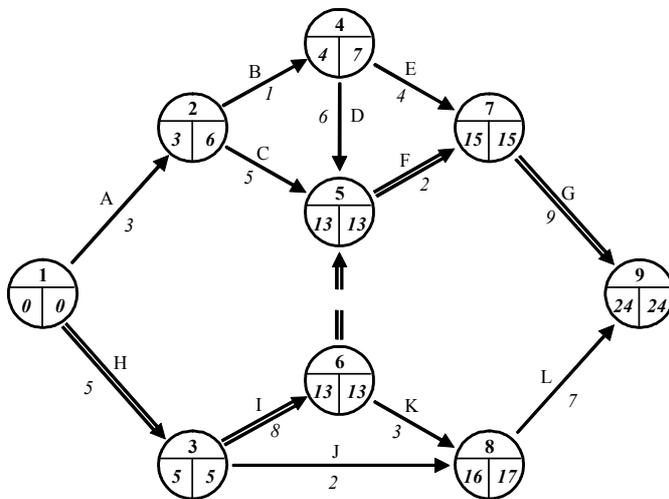


Figure 3.19 : détermination du chemin critique

Le chemin critique passe donc successivement par les tâches H, I, F et G ; soit donc les étapes 1, 3, 6, 5, 7 et 9.

Nb : Parfois, le chemin critique peut être déterminé sans utiliser les marges, en examinant simplement les dates *au plus tôt* et *au plus tard* de l'ensemble des étapes ; les étapes qui ont la particularité d'avoir chacune leur date *au plus tôt* identique à leur date *au plus tard* appartiennent au chemin critique ³. Si cet examen des dates mène à plusieurs possibilités, il faut alors procéder au calcul des marges.

3.3 PLANIFICATION DU PROJET

Grâce à tous les éléments déterminés précédemment, on va pouvoir créer un planning du projet en prenant en compte l'ensemble de l'environnement de réalisation (week-ends, jours fériés, congés, nombre d'heures travaillées par jour, par semaine, ...).

Il existe deux méthodes, aboutissant sensiblement à un résultat similaire mais qui peuvent aussi se compléter. Il s'agit des diagrammes de Pert et de Gantt.

¹ Si une incohérence apparaît (pas de tâche partant de l'étape initiale, pas de tâche arrivant à l'étape finale, plusieurs chemins, chemin avec impasse, etc.), c'est le signe qu'il y a eu une erreur dans la construction du réseau PERT.

² cf. 3.2.3.

³ En ce cas, pour une tâche, on a $to1 = ta1$ et $to2 = ta2$; et donc $marge = (ta2 - to1) - durée = (to2 - to1) - (to2 - to1) = 0$.

3.3.1 Élaboration du tableau d'avancement des tâches

Pour l'élaboration du diagramme de Pert, on utilise l'approche cartésienne ¹.

On commence par construire le tableau de gestion d'avancement des tâches ; celui-ci reprend, dans un premier temps, les informations de tâche(s) antérieure(s) / tâche courante. Puis il va nous permettre de définir des niveaux d'antériorité au sein de l'ensemble des tâches du projet. Enfin, il nous permettra de mettre en place le planning.

		il faut avoir réalisé la ou les tâche(s) :											
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Pour réaliser la tâche :	A												
	B	x											
	C	x											
	D		x										
	E		x										
	F			x	x					x			
	G					x	x						
	H												
	I								x				
	J								x				
	K									x			
	L										x	x	

Figure 3.20 : tableau de gestion d'avancement des tâches (0)

On précise les rapports d'antériorité en renseignant le tableau suivant la règle *Pour réaliser la tâche ... il faut avoir réalisé la ou les tâche(s) ...* . Puis on détermine le nombre de tâches antérieures à la tâche considérée et on indique donc dans la colonne *nI* le nombre de croix de chacune des lignes.

Une valeur de 0 spécifie donc que la tâche concernée n'a pas ou plus de tâches antérieures qui n'ont pas été exécutées, et qu'elle peut donc démarrer.

		il faut avoir réalisé la ou les tâche(s) :												nI
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
Pour réaliser la tâche :	A													0
	B	x												1
	C	x												1
	D		x											1
	E		x											1
	F			x	x					x				3
	G					x	x							2
	H													0
	I								x					1
	J								x					1
	K									x				1
	L										x	x		2

Figure 3.21 : tableau de gestion d'avancement des tâches (1)

Ici, les tâches A et H n'ont pas d'antécédents, elles pourront donc démarrer au niveau d'antériorité *nI*.

Ensuite, ayant déterminé quelles sont les tâches pouvant démarrer à ce niveau d'antériorité, on va éliminer celles-ci du tableau en barrant les colonnes correspondantes. On va alors introduire le niveau d'antériorité suivant, et réitérer le processus de comptage de tâches antérieures ; et ce ainsi de suite jusqu'à avoir traité toutes les tâches.

¹ On pourrait partir directement du réseau PERT, mais l'utilisation de l'approche cartésienne permet d'être plus général dans l'établissement des chronologies et ainsi de faciliter l'élaboration du calendrier des tâches.

		il faut avoir réalisé la ou les tâche(s) :												n1	n2
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L		
Pour réaliser la tâche :	A													0	
	B	X												1	0
	C	X												1	0
	D		X											1	1
	E		X											1	1
	F			X	X					X				3	3
	G					X	X							2	2
	H													0	
	I								X					1	0
	J								X					1	0
	K									X				1	1
	L										X	X		2	2

Figure 3.22 : tableau de gestion d'avancement des tâches (2)

Les tâches B, C, I et J démarrent au niveau n2.

		il faut avoir réalisé la ou les tâche(s) :												n1	n2	n3
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L			
Pour réaliser la tâche :	A													0		
	B	X												1	0	
	C	X												1	0	
	D		X											1	1	0
	E		X											1	1	0
	F			X	X					X				3	3	1
	G					X	X							2	2	2
	H													0		
	I								X					1	0	
	J								X					1	0	
	K									X				1	1	0
	L										X	X		2	2	1

Figure 3.23 : tableau de gestion d'avancement des tâches (3)

Les tâches D, E, et K démarrent au niveau n3.

		il faut avoir réalisé la ou les tâche(s) :												n1	n2	n3	n4
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L				
Pour réaliser la tâche :	A													0			
	B	X												1	0		
	C	X												1	0		
	D		X											1	1	0	
	E		X											1	1	0	
	F			X	X					X				3	3	1	0
	G					X	X							2	2	2	1
	H													0			
	I								X					1	0		
	J								X					1	0		
	K									X				1	1	0	
	L										X	X		2	2	1	0

Figure 3.24 : tableau de gestion d'avancement des tâches (4)

Les tâches F et L démarrent au niveau n4.

		il faut avoir réalisé la ou les tâche(s) :											n1	n2	n3	n4	n5	
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L					
Pour réaliser la tâche :	A													0				
	B	X												1	0			
	C	X												1	0			
	D		X											1	1	0		
	E		X											1	1	0		
	F			X	X					X				3	3	1	0	
	G					X	X							2	2	2	1	0
	H													0				
	I								X					1	0			
	J								X					1	0			
	K									X				1	1	0		
	L										X	X		2	2	1	0	

Figure 3.25 : tableau de gestion d'avancement des tâches (5)

La tâche G démarre au niveau n5 final.

Nous allons maintenant représenter les deux diagrammes correspondant à l'exemple traité en considérant que le début du projet est fixé au mardi 28 août.

3.3.2 Création du planning selon le diagramme de Gantt

Le diagramme de Gantt détermine la planification et l'agencement de chacune des tâches en fonction du calendrier. On place la liste des tâches en ordonnée, et le calendrier en abscisse.

Il se construit simplement en suivant les différents niveaux du tableau d'avancement des tâches ; on procède niveau par niveau, en traitant chacune des tâches prenant fin au niveau considéré (indication 0 dans le tableau d'avancement).

Le résumé de l'avancement des tâches est le suivant :

Niveau	Tâche(s)
n1	A, H
n2	B, C, I, J
n3	D, E, K
n4	F, L
n5	G

Figure 3.26 : résumé de la gestion d'avancement des tâches

On positionne alors la tâche sur le planning en prenant en compte la durée de la tâche ainsi que la marge calculée ; c'est à ce niveau qu'il faut aussi prendre en considération les week-ends, les jours de congés, les jours fériés, ...

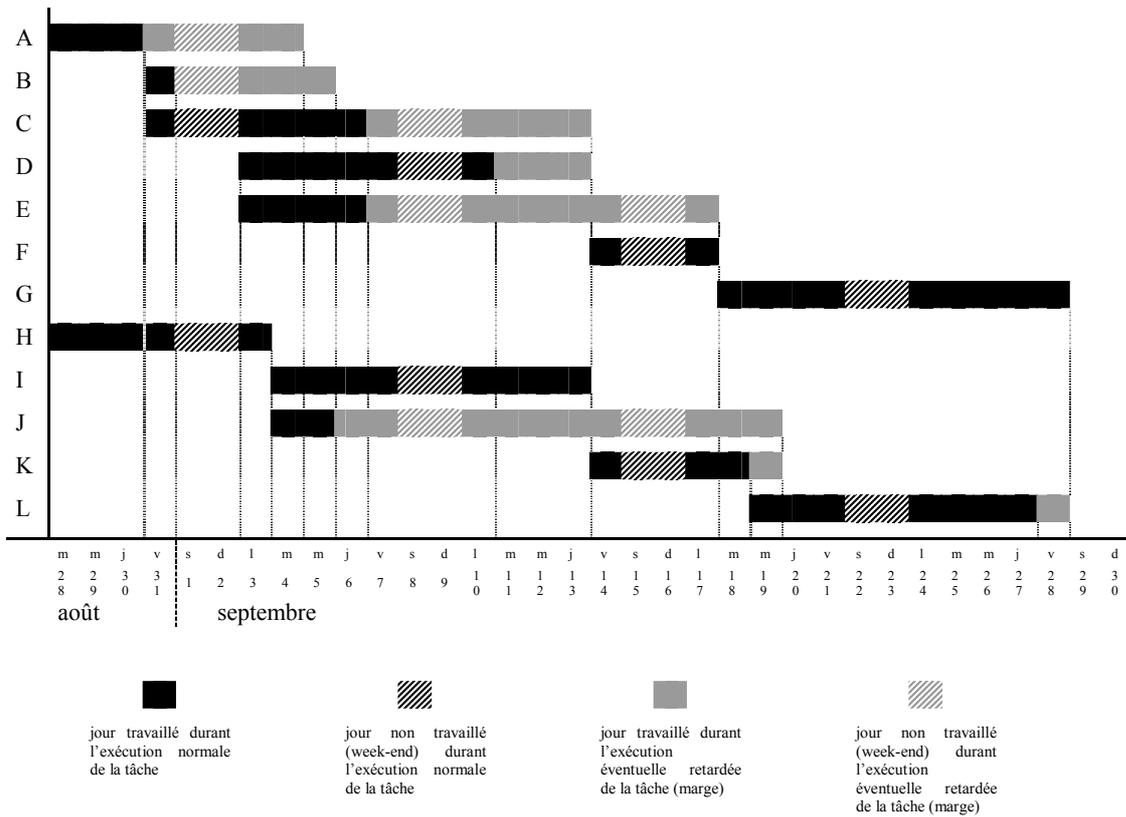


Figure 3.27 : planning des tâches selon le diagramme de Gantt

3.3.3 Création du planning selon le diagramme de Pert

Le diagramme de Pert détermine l'agencement de chacune des tâches en fonction les unes des autres. On représente chaque tâche par un bloc contenant les dates *au plus tôt* et *au plus tard* ainsi que la répercussion des marges sur ces dates.

date_début	date_début + durée_tâche = date_au_plus_tôt
lettre de la tâche	
durée_tâche	
date_début + marge	date_début + durée_tâche + marge = date_au_plus_tard

Figure 3.28 : schéma d'un bloc du diagramme Pert

Le diagramme se construit alors en utilisant les mêmes informations que pour construire le diagramme de Gantt. On suit le tableau d'agencement des tâches, chaque niveau ré-apparaît donc en vertical.

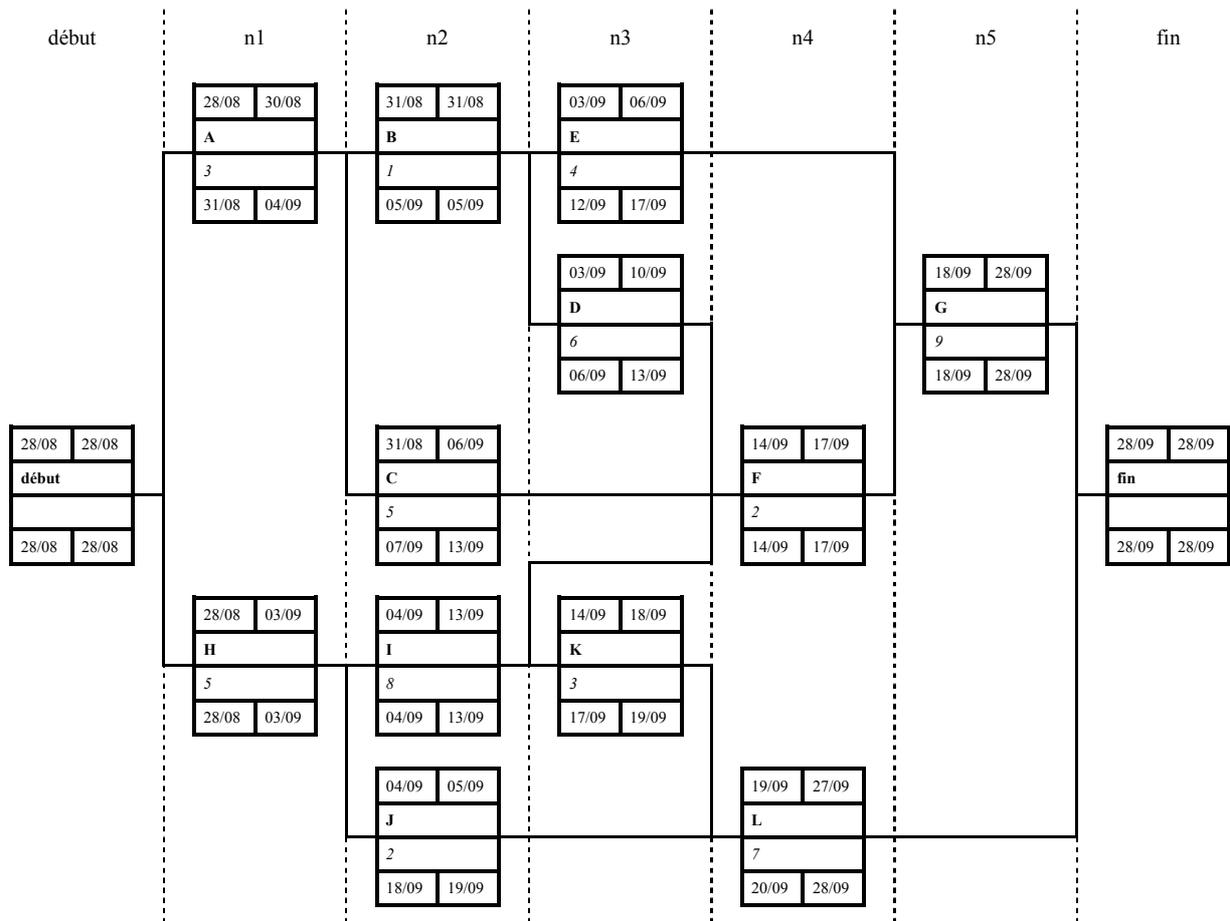


Figure 3.29 : planning des tâches selon le diagramme de Pert

Suivant l'un ou l'autre des deux diagrammes, on en déduit que le projet sera achevé, au plus tôt, pour le vendredi 28 septembre.

L'obtention du planning par la méthode PERT suivie des diagrammes de Pert et/ou Gantt permet donc de connaître à un moment donné précis quelles sont les tâches effectuées, les tâches en cours, et les tâches à venir.

On peut ainsi suivre l'avancement des opérations et déterminer si un retard a été pris, si celui-ci aura une répercussion, et quel sera quantitativement cette répercussion.

On peut aussi envisager d'utiliser les périodes de marge afin de réduire les coûts.

A BIBLIOGRAPHIE

Bars, *La méthode PERT*, <http://back.ac-rennes.fr/pedagogie/espaceeg/prodpeda/specialites/pert/pert.htm>, 2003 ;

<inconnu>, *Le PERT*, 2001 ;

<inconnu>, *Conduite d'un projet réseau*, 2001 ;

Bars, *Exercices*, <http://back.ac-rennes.fr/pedagogie/espaceeg/prodpeda/specialites/pert/pert.htm>, 2003 ;

Centre de Ressources Comptabilité et Finance, <http://crcf.ac-grenoble.fr/>, 2009 ;

Wikipedia – l'encyclopédie libre, <http://fr.wikipedia.org/> et <http://en.wikipedia.org/>, 2009.
